

Odhad funkcie dvoch premenných

Tomáš Bacigál

31.01.2023

Contents

Zadanie	1
Vstupné údaje	1
Grafické zobrazenie údajov	2
Identifikácia tvaru funkcie	2
Odhad parametrov	2
Posúdenie modelu	2
Záver	3

Zadanie

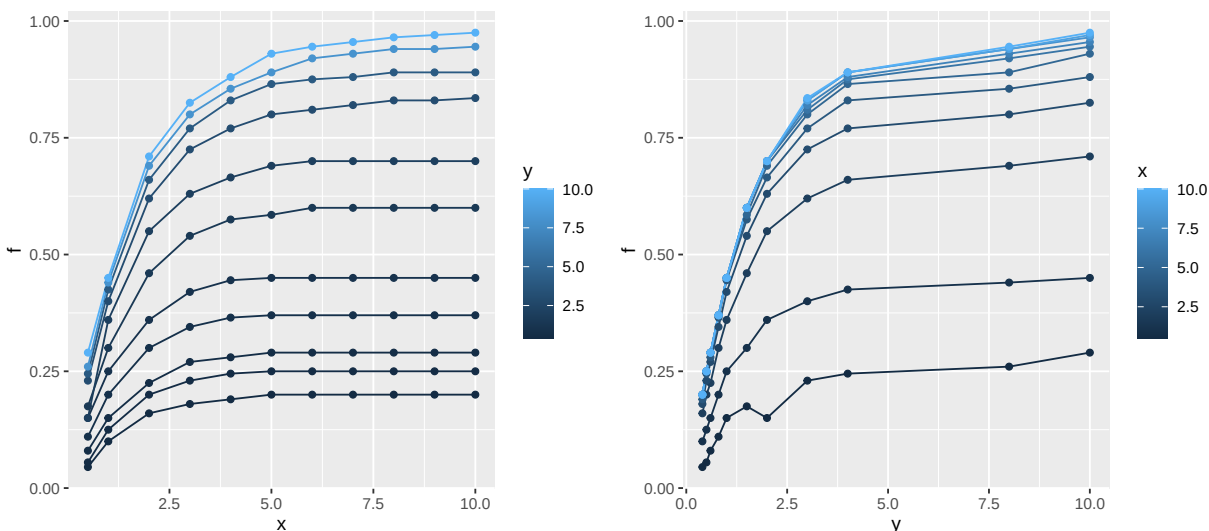
Na základe pozorovaní nájsť matematický predpis aproximujúci vzťah parametrov okenného otvoru: nezávislých veličín h/p (x), L/p (y) a odozvy PSI (f)

Vstupné údaje

Prvých 6 riadkov tabuľky údajov zoradených podľa x a y

x	y	f
0.5	0.4	0.045
0.5	0.5	0.055
0.5	0.6	0.080
0.5	0.8	0.110
0.5	1.0	0.150
0.5	1.5	0.175

Grafické zobrazenie údajov



Identifikácia tvaru funkcie

Hľadaná funkcia je zjavne ohraničená na intervale $[0,1]$, vysvetľujúce premenné x, y sú zdola ohraničené nulou. Tvar funkčného vzťahu je preto vhodné hľadať medzi distribučnými funkciami (CDF) kladných náhodných premenných, ktorých okraje sú napríklad z jednoduchého, exponenciálneho rozdelenia:

$$F(x) = 1 - e^{-\theta x}$$

Zavedením zjednodušujúceho predpokladu nezávislosti x a y môžeme definovať CDF dvojrozmerného rozdelenia vzťahom

$$F(x, y) = F_1(x)F_2(y)$$

preto parametrická trieda hľadanej funkcie má tvar

$$f(x) = (1 - e^{-\theta_1 x})(1 - e^{-\theta_2 x})$$

kde θ_1, θ_2 sú parametre.

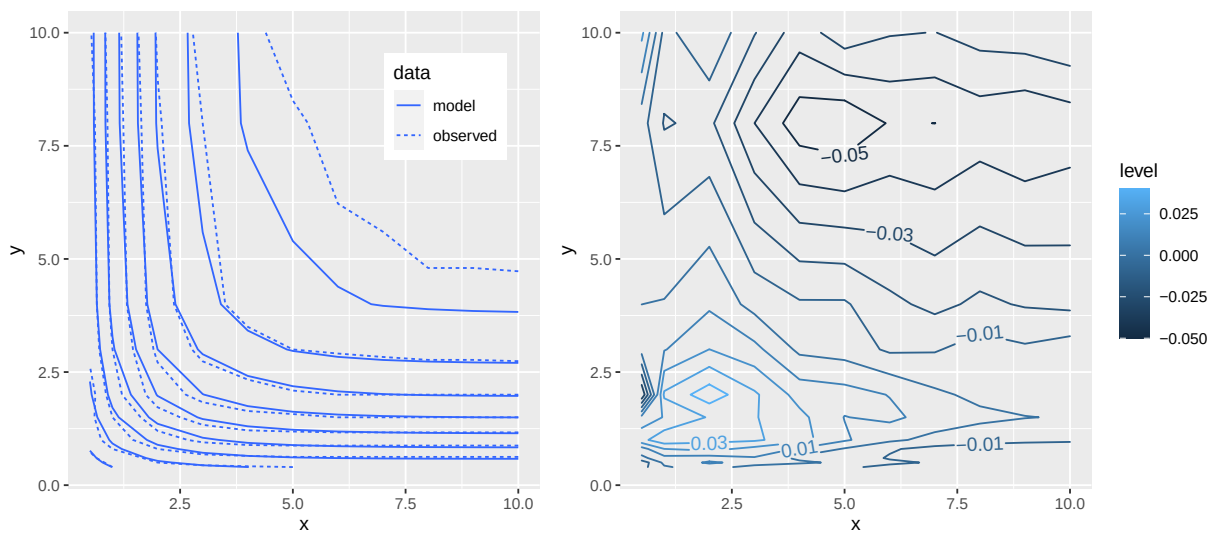
Odhad parametrov

Odhad sa vykoná nelineárnou metódou najmenších štvorcov.

Odhadnuté hodnoty: $\theta_1 = 0.624, \theta_2 = 0.614$

Posúdenie modelu

Vizuálne porovnanie pozorovaných a modelových hodnôt pomocou vrstevnicového grafu:



Navrhnutý model je najmenej presný pri vyšších hodnotách y .

Stredná kvadratická chyba modelu dosiahnutá pri optimalizácii je $MSE = 4.3 \times 10^{-4}$.

Záver

Analýzou tvaru funkčného vzťahu a metódou najmenších štvorcov sme získali matematický predpis

$$\hat{f}(x, y) = (1 - e^{-0.624x})(1 - e^{-0.614y})$$